قسم هندسة النظم الزراعية والحيوية

نموذج اجابة لامتحان انتقال حرارة نظرى

الفرقة الثانية – هندسة زراعية (تخلفات)

الفصل الدراسى الاول (ديسمبر ٢٠١٩) الزمن : ساعتين

اجابة السؤال الاول (١٥ درجة)

١- اشتق معادلة حساب معدل انتقال الحرارة بالتوصيل خلال سمك جدار اسطوانى مفرغ ،وكذلك اذا كان الجدار معزول بطبقة او اكثر من طبقة من مواد عازلة .

الحل

Q = -kA dT/dr

A= 2πrh

h : طول الاسطوانة

Q = -k2πrh dT/dr

فصل المتغيرات واجراء التكامل

Dr/r = -k2πh dT

مع وضع الشروط الحدية حيث :

T = T1 at r1

Tr = T2 at r2

Q = k2πh (T2-T1)/(lnr2/r1)

وفى حالة وجود اكتر من طبقة عازلة

$$Q = \frac{T2 - T1}{\frac{\ln r2/r1}{2\pi k1h} + \frac{\ln r3/r2}{2\pi k2h} + \frac{\ln r4/r3}{2\pi k3h}}$$

٢- تكلم عن مايلى بالمعادلات كلما امكن: المقاومات الحرارية للاشكال الثلاثة (الجدار - الاسطوانة - الكرة) - الفرق بين انتقال الحرارة بالحمل الحر والحمل الجبرى - المبادل المعاكس والمبادل الموازى

الحل

هناك تشابه بين انتشار الحرارة وبين شحن الكهرباء. فكما أنه يوجد مقاومة كهربائية لانتقال الكهرباء فإن هناك مقاومة حرارية لانتقال الحرارة بالتوصيل. ويمكن تعريف المقاومة الحرارية لحائط مثلا باستعمال المعادلة كما يلي:

للجدار $$R_{cond} = \frac{T_{S1} - T_{S2}}{q_x} = \frac{L}{k.A} \qquad (١)$$

للاسطوانة $$R_{cond} = \frac{T_{S1} - T_{S2}}{q_x} = \frac{\ln r2 / r1}{2\pi k.h}$$

للشكل الكروى $$R_{cond} = \frac{T_{S1} - T_{S2}}{q_x} = \frac{r1 - r2}{4\pi k.r1r2}$$

(٢)الفرق بين الحمل الجبرى والحمل الحر
الحمل الحر يتم بواسطة فروق درجات دون حركة للمائع اما الحمل الجبرى يتم دفع المائع بمعدلات مختلفة لاحداث فروق فى درجات الحرارة تسرع من عملية انتقال الحرارة
وفى حساب معامل انتقال الحرارة بالحمل الحر يستخدم رقم Pr ، رقم Gr
أما فى حالة حساب معامل انتقال الحرارة بالحمل الجبرى يستخدم رقم Pr ، رقم Re

(٣) السريان الموازى يؤثر على صفات المادة وذلك لتعرض المادة للحرارة العالية مباشرة دون تدرج
اما السريان المعاكس يحدث تدرج
فى حالة حساب مساحة السطح يكون المساحة المطلوبة للمبادل المعاكس اقل منه للمبادل الموازى مما يقلل التكلفة.

٤- تيار شدته ٢٠٠ أمبير يمر خلال سلك من الاستانلس ستيل معامل التوصيل الحراري له (k=19W/m.°C) و قطره 3mm و المقاومة النوعية للسلك $p = 70.\mu\Omega.cm$ ميكروأوم.سم وطول السلك ١م ،غمس السلك في سائل علي درجة حرارة 110°C وتم انتقال الحرارة بالحمل مقداره $4kW/m^2°C$ احسب درجة حرارة مركز السلك .

الحل

الحرارة المتولدة في السلك انتقلت بالحمل إلي السائل أي أن :

$$p = I^2R = \dot{q} = hA\cdot(T_\omega - T_\infty)$$

حيث R هي المقاومة الكهربية ومقاومة السلك يمكن أن تحسب كما يلي :

$$R = P * \frac{L}{A} = \frac{(70*10^{-6})*100}{\pi(0.15)^2} = 0.099\Omega$$

$$\because (200)^2(0.099) = 400\pi(3*10^{-3})(1)(T_\omega - 110)$$

$$\therefore T_\omega = 215°C$$

معدل التوليد الحراري Q يمكن إيجاده من P حيث $P=I^2R$ كما يلي :

$$\therefore \dot{q} = \frac{P}{V} = \frac{I^2R}{V} = \frac{I^2R}{\pi r^2 L}$$

$$\therefore \dot{q} = \frac{3960}{\pi(1.5*10^{-3})^2(1)} = 560.2Mw/m^3$$

وعلي ذلك فان درجة حرارة مركز السلك تصبح علي الصورة :

$$T_o = \frac{\dot{q}r_o^{\ 2}}{4k} + Tw = \frac{(5.602*10^8)(1.5*10^{-3})}{(4)(19)} + 215$$

$$\therefore T_o = 231.6°C$$

<u>اجابة السؤال الثانى (١٥ درجة)</u>

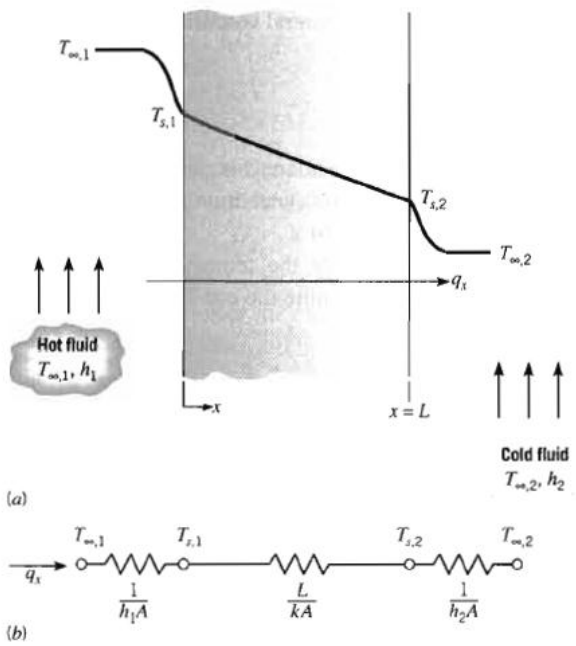
١- استنتج معادلة توزيع درجات الحرارة لجدار فى حالتى عدم وجود تولد حرارى وفى حالة تولد حرارى.

الحل

توزيع درجات الحرارة: Temperature Distribution

يمكن إيجاد معادلة توزيع درجات الحرارة خلال حائط وذلك بحل معادلة الانتشار الحراري مع استخدام الحالات الخاصة المناسبة للإطار (Proper Boundary Conditions). تبسط المعادلة العامة لانتقال الحرارة بالتوصيل في اتجاه واحد وبمعد ثابت وبدون توليد للحرارة إلى الصورة:

$$\frac{d}{dx}\left(k \cdot \frac{dT}{dT}\right) = 0 \qquad (2\text{-}10)$$



شكل (٢-٣): انتقال الحرارة خلال جدار مفرد (a) ، وما يناظرها من مقاومة حرارية لانتقال الحرارة (b).

وبفرض أن معامل التوصيل الحراري (k) ثابت. ثم بتكامل المعادلة السابقة مرتين فإننا نحصل على الحل العام التالي:

$$T(x) = c_1 x + c_2 \qquad (2-11)$$

لإيجاد ثوابت التكامل (C_2&C_1) لابد من استخدام حالات الإطار (Boundry Conditions) وهنا سوف نختار الحالات التي عندها يكن السطح عند درجة حرارة ثابتة (الحالة ١ في جدول (٢-١)) كما في شكل (٢-٤) التالي:

$$\begin{array}{ll} at\ x = c_1 x + c_2 & \therefore T = T_s \\ T(0) = T_{s1} & \\ at\ x = L & \therefore T = T_{s2} \\ T(L) = T_{s2} & \end{array}$$

بالتعويض في المعادلة (٢-١٤) بالحالة الأولى:

$$at\ x = 0 \qquad \therefore T(0 = T_{s_1})$$

فإننا نحصل على:

بالمثل بالتعويض في الحالة الثانية أي:

$$at\ x = L \qquad \therefore\ T(L) = T_{S_2}$$

$$\therefore\ T_{S_1} = C_1 \times L + C_2$$

ومنها نحصل على:

$$C_1 = \frac{T_{S_2} - T_{S_1}}{L}$$

وبالتعويض بقيم (C_1,C_2) في المعادلة العامة لتوزيع درجات الحرارة ينتج أن:

$$T(x) = (T_{S2} - T_{S1}) x \frac{x}{L} + T_{S2} \qquad (2-12)$$

كما هو واضح من المعادلة (٢-١٢) فإن توزيع درجات الحرارة خطي بالنسبة إلى الاتجاه x وذلك في حالة انتقال الحرارة في اتجاه واحد فقط وبمعدل ثابت وبدون توليد للحرارة.

باستعمال معادلة توزيع درجات الحرارة السابقة باستخدام قانون فورير فإنه من الممكن إيجاد معدل سريان الحرارة بالتوصيل كما يلي:

$$q_x = -KA \cdot \frac{dT}{dx}$$

وبالتعويض بقيمة (dT/dx) من تفاضل المعادلة (٢-١٢) السابقة:

$$\frac{dT}{dx} = \frac{T_{S2} - T_{S1}}{L}$$
$$\therefore q_x = \frac{k.A}{L}\left(T_{S2} - T_{S1}\right) \qquad (2-13)$$

حيث أن A هي مساحة سطح الحائط في الاتجاه المتعامد على اتجاه انتقال الحرارة ويكون انتقال الحرارة لكل وحدة مساحية أو ما يسمى (Heat Flux) كما يلي:

$$q''_x = q_x / A = \frac{k}{L}\left(T_{s_1} - T_{s_2}\right) \qquad (2-14)$$

ومن الملاحظ أن q''_x تعتمد على x وهذا بطبيعة الحال يتمشى مع المعادلة (٢-١٤) والتي تنص على أن معدل انتقال الحرارة في اتجاه x يكون ثابت. ومن الملاحظ أيضا أن $T_{s_1} \rangle T_{s_2}$ ولهذا فإن الإشارة السالبة لم تظهر في المعادلتين السابقتين.

أما إذا كانت درجة حرارة أحد السطحين غير معلومة ولكن معلوم معدل الانتشار الحراري q'' فإن الثوابت في معادلة توزيع درجات الحرارة السابقة يمكن تحديدها بتطبيق الشروط الحدودية كما في الشكل التالي:

$$q''_x = {}^{q_x}\!\!\diagup_{A} = -k \cdot dT / dx$$

لكن من تفاضل المعادلة (٢-١١) نجد أن:

$$dT/dx = C_1$$
$$\therefore q''_x = -k\,C_1$$

Or

$$c_1 = -q''_x / k$$

وبالتعويض بقيمة C_1 السابقة في المعالة (٢-١٤) نحصل على:

$$Ts2 = -\left(q''_x / k\right)\times L + C_2$$
$$\therefore C_2 = T_{s_2} + \left(q''_x / k\right)\times L$$

وبالتعويض بقيمة C_2,C_1 في معادلة توزيع درجات الحرارة (٢-١١) نحصل على:

$$T(x) = \left(q''_x / k\right)(L-x) + T_{s_2}$$

انتقال الحرارة خلال الحائط مع توليد حراري:

إذا اعتبرنا الحائط والذي يكون فيه توليد الحرارة منتظم للحرارة لكل وحدة حجم أي أن $\dot{q}$ تكون ثابتة وأن درجة حرارة سطحي الحائط كما T_{s_1}, T_{s_2} فإن المعادلة العامة لانتقال الحرارة بفرض أن معامل التوصيل الحراري (k) ثابت تبسط لتكون على الصورة:

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{\dot{q}}{k} = 0 \quad (2-43)$$

والحل العام يمكن الحصول عليه بتكامل المعادلة السابقة مرتين ويكون على الصورة:

$$T = \frac{\dot{q}}{2k}x^2 + C_1 x + C_2 \quad (2-44)$$

حيث C_1,C_2 هما ثابتي التكامل، وكما سبق لإيجاد ثوابت التكامل نلجأ إلى استخدام الحالات الحدودية للإطار (Boundary conditions) الموضحة كما يلي:

$$T(-L) = T_{s_1} \qquad T(L) = T_{s_2}$$

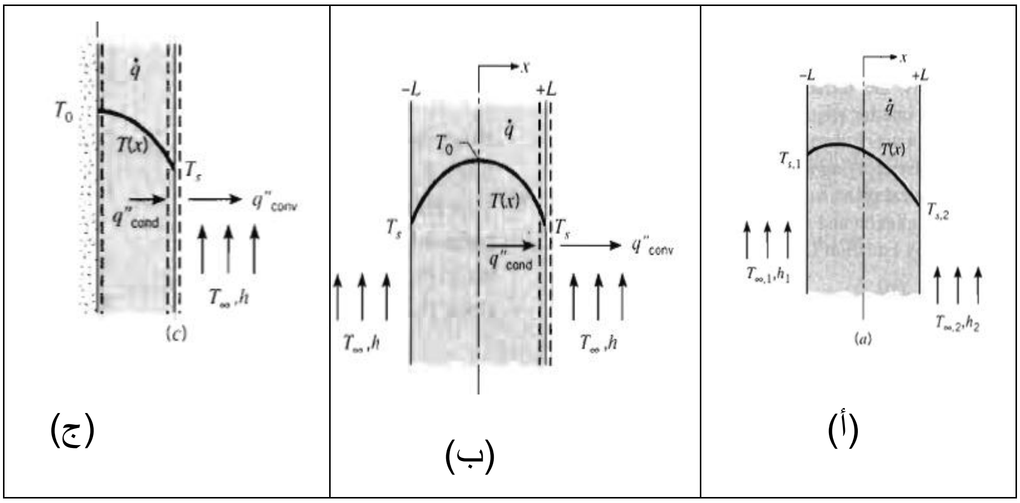
وعلى ذلك تكون قيمة C_1, C_2 هما:

$$C_1 = \frac{T_{s_2} - T_{s_1}}{2L}$$

$$C_2 = \dot{q}\frac{L^2}{2k} + \frac{T_{s_1} + T_{s_2}}{2L}$$

وتكون معادلة توزيع درجات الحرارة على الصورة التالية:

$$T(x) = \frac{\dot{q}L^2}{2k}\left(1 - \frac{x^2}{L^2}\right) + \frac{T_{s_2} - T_{s_1}}{2} \cdot \frac{x}{L} + \frac{R_{s_1} + R_{s_2}}{2} \quad (2-45)$$



انتقال الحرارة خلال جدار مع توليد منتظم للحرارة.

أمـــا إذا كانـــت درجـــة حـــرارة ســـطحي الحـــائط واحـــدة كمـــا فـــي شـــكل (٢-١٢ب) بمعنـــى أن $\left(T_{s_1} = T_{s_2} = T_s\right)$ وهذا بالطبع يعني أن توزيع درجات الحرارة متماثل بالنسبة لمحور الحائط وبذلك تبسيط معادلة توزيع درجات الحرارة في داخل الحائط لتصبح على الصورة:

$$T(x) = \frac{qL^2}{2k}\left(1 - \frac{x^2}{L^2}\right) + T_s \quad (2-46)$$

كما أن أقصى درجة حرارة تكون عند نقطة المنتصف أو عند محور الحائط $(x=0)$:

$$T(o)=T_o=\frac{qL^2}{2k}+T_s \qquad (2-47)$$

و علي هذا يكون معادلة توزيع درجات الحرارة كما يلي :

$$\frac{T(x)-T_o}{T_0-T_0}=(\frac{x}{L})^2 ....(2-48a)$$

$$\frac{T(x)-T_s}{T_0-T_s}=1-\frac{x^2}{L^2} ....(2-48b)$$

وانـه مـن المهم أن نشـير هنـا إلـي انـه فـي حالـة التماثـل المشـار إليهـا سـابقا (شـكل ٢-١٢ب) لا يوجد انحدار حراري عند خط التماثل بمعني أن ($(dT/dx)_{x=0}=0$).

٢- تبلغ مساحة السطح الخارجى لمبادل حرارى ١٧.٥ متر مربع ، ويستخدم لتبريد زيت درجة حرارته ٢٠٠ درجة مئوى ومعدل انسيابه ١٠٠٠٠ كجم/ساعة وحرارته النوعية ١٩٠٠ كجول/كجم.كلفن ، وتستخدم مياه للتبريد بمعدل ٣٠٠٠ كجم/ساعة عند درجة حرارة ٢٠ درجة مئوى ، واذا كان معامل انتقال الحرارة الكلى ٣٠٠ واط/م٢.كلفن. احسب درجة حرارة خروج الزيت فى حالة: السريان المتوازى – السريان المعاكس. مع حساب كفاءة المبادل فى الحالتين.

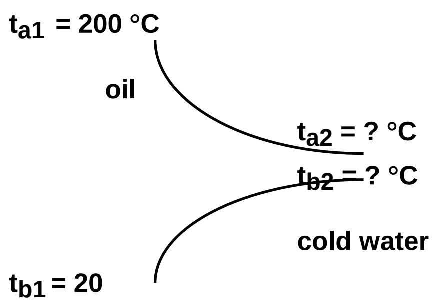
الحل

$$A = \frac{q}{U_o \Delta T_{mean}}$$

17.5=

$$\Delta T_{mean} = \frac{(t_{a1} - t_{b1}) - (t_{a2} - t_{b2})}{\ln\left(\frac{t_{a1} - t_{b1}}{t_{a2} - t_{b2}}\right)}$$

$$= \frac{(200 - Toil2) - (20 - Tw2)}{\ln\left(\frac{200 - Toil2}{(20 - Tw2)}\right)} \qquad (1)$$



(أ) درجـة حرارة دخول العصير للمبـادل الحرارى.

$$\eta_o = \frac{t_{a1} - t_{a2}}{t_{a1} - t_{b1}} \times 100$$

$$t_{b1} = t_{a1} - \frac{t_{a1} - t_{a2}}{\eta_o}$$

$$Q = mw \;\; Cwater \;\; (T_{w2} - T_{w1}) == moil \;\; Coil \;\; (t_{w2} - t_{w1})$$

$$= 3000*4.2\,(20 - Tw1) = 10000*1900*(Toil2 - 200) \qquad (2)$$

من (١) ، (٢) يمكن حساب درجات الحرارة المطلوبة

$$Q = m_b \; C_p \; (t_{b2} - t_{b1}) = m_a \; C_{pa} \; (t_{a1} - t_{a2})$$

$$m_a = \frac{q}{C_{pa}\left(t_{a1} - t_{a2}\right)}$$

$$= \frac{61\,600}{\left(4\,200\right)\left(90 - 45\right)}$$

$$\therefore \quad m_a = 0.326 kg/s$$

$$\therefore \quad m_a = 19.56 kg/min.$$

(جـ) مساحة سطح المبادل الحرارى.

$$Q = U_o \; A \; \Delta T_{mean}$$

$$A = \frac{q}{U_o \; \Delta T_{mean}}$$

<u>السؤال الثالث (٢٠ درجة)</u>

١- ماهمية رقم رينولدز (Re) وبرانـدل (Pr) ، جراشوف (Gr) ، نسلت (Nu) ، رقم Bi ، رقم فوريير Fo.

الحل

$$\mathrm{Re}_x = \frac{\rho . V_\infty . X}{\mu}$$ **له اهمية فى معرفة نوع السريان وحساب معامل انتقال الحرارة بالحمل**

$$G_{rL} = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\gamma^2}.$$ **له اهمية فى حساب معامل انتقال الحرارة بالحمل الحر**

$$\mathrm{Pr} = \frac{C_P \mu}{K} = \frac{\left(\frac{U}{\rho}\right)}{\left(\frac{K}{\rho C_P}\right)} = \frac{v}{\alpha})$$ **له اهمية فى حساب معامل انتقال الحرارة بالحمل الحر** والجبرى

رقم نوسيلت : **Nuselt number**

$$Nu = \frac{h.L}{k}$$

$$Bi = \frac{h.L}{k}$$ **له اهمية فى حساب معامل انتقال الحرارة بالحمل الحر** ومعامل الانتشارية وانتقال الحرارة العابر

٢- تفاحة قطرها ٨ سم حرارتها الابتدائية ٢٥ درجة مئوى ، يراد تبريدها الى ٥ درجات مئوية ، وذلك بوضعها فى ثلاجة درجة حرارتها ٢ درجة مئوية ، احسب اللازم لذلك حيث : معامل انتقال الحرارة بالحمل داخل الثلاجة ٠.٧٥ ك.كالورى/ساعة.م٢.مئوى ، معامل انتقال الحرارة بالتوصيل ٠.١١ ك.كالورى/ساعة.متر.مئوى الحرارة النوعية للثمرة ٠.٩ ك.كالورى/كجم.مئوى ، كثافة الثمرة ١٠٠١ كجم/م٣.

الحل

حيث ان :

$$A_s = \pi d^2 \quad , \quad \mathrm{v} = \frac{\pi \mathrm{d}^3}{6}$$

فإن :

$$\tau_t = \frac{1}{h\,\mathrm{A_s}}\rho\,\mathrm{v}\,\mathrm{C} = \frac{1}{\mathrm{h}\,\pi\,\mathrm{d}^2}.\frac{\rho\,\mathrm{d}^3\,\pi}{6}C$$

وبوضع $L_c = \frac{r_o}{3}$ يكون الحجم عبارة عن = $3.14\ (0.04)^3$ (١.٣٣.)

$$\tau = \frac{\rho\,v\,C}{h\,A}\ln\frac{T_i - T_\infty}{T - T_\infty} = \frac{1001x1.33x3.14x0.04^3\,x0.75}{0.75 * A}\ln\frac{32-5}{2-5}$$

$$\therefore \tau =$$

٣- مجمع شمسى يستقبل $1\ 000\ W/m^2$ من الطاقة الشمسية الساقطة والمتدفقة على سطحه الذى أبعاده $1.0\ x\ 2.0\ m$. احسب درجة حرارة سطح هذا المجمع الشمسى إذا كان معامل إمتصاصه للإشعة الشمسية 0.90. وكيف يمكن زيادة كمية الطاقة لنفس المساحة ، افترض ما تراه مناسبا واحسب الفرق.

الحل

$$Q = \overset{o}{q}\ A$$

$$= (1\ 000)(2.00)\ W$$

$$\therefore \quad Q = 2\ 000\ W$$

$$Q = \alpha\ \sigma\ A\ T^4$$

$$T^4 = \frac{q}{\alpha\ \sigma\ A}$$

$$T = \sqrt[4]{\frac{q}{\alpha\ \sigma\ A}}$$

$$= \sqrt[4]{\frac{2000}{(0.95)(5.67x10^{-8})(2.0)}}$$

$$\therefore \quad T = \quad {}^\circ C$$

يمكن زيادة كمية الطاقة من نفس المساحة بزيادة المساحة السطحية بتعريج السطح بنسبة معينة حسب قطر التعاريج وتحسب المساحة الزائدة وتقدر الطاقة الزيادة نسبة وتناسب